

Texto extraído del libro “Introducción a la lógica para informáticos”
Autor: M.A. José Luis Ola García, 1ª Edición Año, 2011

1. OPERADORES LÓGICOS

El primer paso para simbolizar un silogismo categórico es definir los símbolos básicos o conectivos lógicos, hemos visto directamente estos conectivos aplicados en la formalización, esta formalización es una lógica de enunciados.

Símbolos de conectivas:

$\neg$	NO	Negación	$\sim$
$\wedge$	Y	Conjunción	$\cdot$
$\vee$	O	Disyunción inclusiva	
$\oplus$	O...O	Disyunción exclusiva	
$\rightarrow, \Rightarrow$	SI...ENTONCES	Condicional	$\supset$
$\leftrightarrow, \Leftrightarrow$	SI Y SOLO SI	Bicondicional	$\equiv$

1.1. La negación ($\neg$) permite negar un enunciado o proposición atómica o una molecular

Llevar el adverbio de negación ‘no’, o sus expresiones equivalentes como “nunca”, “jamás”, “tampoco”, “no es verdad que”, “no es cierto que”, “es falso que”, “le falta”, “carece de”, “sin”, “imposible”, etc.

Ejemplos:

	PROPOSICIÓN	CONECTIVO NEGACIÓN ($\neg$)	SIMBOLIZACIÓN
1	<i>Nunca</i> he oído esa música	Nunca	$\neg p$
1	Al papá de Nelly <i>le falta</i> carácter	Le falta	$\neg q$
3	<i>Jamás</i> he visto al vecino	Jamás	$\neg r$
1	Es <i>imposible</i> que el átomo sea molécula	Imposible	$\neg p$
5	<i>Es falso que</i> el juez sea fiscal	Es falso que	$\neg q$
6	<i>No</i> es posible que gane y pierda a la vez	No es posible	$\neg(p \wedge q)$

1.2. La conjunción ($\wedge$)

Enlaza proposiciones por el conectivo “y”, o sus expresiones equivalentes como “e”, “pero”, “aunque”, “aun cuando”, “tanto... como...”, “sino”, “ni...ni”, “sin embargo”, “además”, etc. Se representan simbólicamente al unir dos proposiciones atómicas como por ejemplo p y q ; p no obstante q ; p sin embargo q .

Ejemplos:

	PROPOSICIÓN	CONECTIVO CONJUNCIÓN	SIMBOLIZACIÓN
1	“El” es un artículo <i>y</i> “de” es una proposición	y	$p \wedge q$
1	El número dos es par, <i>pero</i> el número tres es impar	Pero	$q \wedge r$
3	Silvia es inteligente, <i>sin embargo</i> es floja	Sin embargo	$a \wedge b$
1	<i>Tanto</i> el padre <i>como</i> el hijo son melómanos.	Tanto... como	$r \wedge s$
5	Manuel <i>e</i> Ismael son universitarios	e	$t \wedge u$
6	La materia <i>ni</i> se crea <i>ni</i> se destruye.	ni...ni	$x \wedge y$
7	Ingresa a la universidad <i>aun cuando</i> no apruebe el examen de admisión.	aun cuando	$q \wedge s$

La conjunción es conmutativa, es decir, se puede cambiar el orden de cada proposición sin alterar la misma. Esto es posible en la lógica, aunque no en el lenguaje natural. Por ejemplo la proposición “Angélica se casó y tuvo diez hijos” no significa lo mismo que “Angélica tuvo diez hijos y se casó”. En el lenguaje natural, la primera proposición sugiere una relación de causalidad, en cambio la segunda no. Sin embargo, desde el punto de vista lógico, las dos proposiciones conjuntivas son equivalentes.

Texto extraído del libro “Introducción a la lógica para informáticos”
Autor: M.A. Ing. José Luis Ola García, 1ª Edición Año, 2011

Texto extraído del libro “Introducción a la lógica para informáticos”
Autor: M.A. José Luis Ola García, 1ª Edición Año, 2011

1.3. La disyunción ($\vee$)

La conjunción disyuntiva “o”, y sus expresiones equivalentes como “u”, “ya... ya”, “bien...bien”, “ora... ora”, “sea... sea”, “y/o”, etc., son utilizadas para la disyunción y unión entre proposiciones atómicas. La disyunción “o” por su parte tiene dos sentidos: uno inclusivo o débil y otro exclusivo o fuerte.

La proposición **disyuntiva inclusiva** admite que dos alternativas se den a la vez.

La proposición **disyuntiva exclusiva** no admite que las dos alternativas se den a la vez.

Una proposición disyuntiva exclusiva se simboliza así: $p \oplus q$, el símbolo “ $\oplus$ ” es la disyunción exclusiva, mientras que la inclusiva con el símbolo “ $\vee$ ”.

Ejemplos:

	PROPOSICIÓN	CONECTIVO DISYUNCIÓN	SIMBOLIZACIÓN
1	Pedro es tío o es sobrino.	O inclusiva	$p \vee q$
1	Silvia es soltera o es casada	O exclusiva	$r \oplus p$
3	Elena está viva o está muerta	O exclusiva	$r \oplus s$
1	Roberto es profesor o es estudiante	O inclusiva	$r \vee s$
5	O blanco o negro	O exclusiva	$p \oplus q$

1 y 1 son proposiciones disyuntivas inclusivas o débiles porque no se excluye la posibilidad de que Pedro pueda ser al mismo tiempo tío y sobrino (ambas cosas) o que Roberto sea profesor y estudiante a la vez. 1, 3 y 5 son proposiciones disyuntivas exclusivas o fuertes porque en ellas se excluye la posibilidad de que Elena pueda estar viva y muerta al mismo tiempo y que Silvia sea soltera y casada a la vez, lo mismo para blanco o negro pero no ambas. (Vea la tabla de verdad O-Exclusiva, mas adelante).

Formas equivalentes para la disyunción inclusiva son:

- a) $(p \vee q) \wedge \neg (p \wedge q)$
- b) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$
- c) $\neg (p \wedge q) \wedge \neg (\neg p \wedge \neg q)$

1.4. La condicional ($\rightarrow$, $\Rightarrow$)

Es la forma enunciativa que simboliza enunciados enlazados por expresiones equivalentes como “si... entonces...”, “si”, “siempre que”, “con tal que”, “puesto que”, “ya que”, “porque”, “cuando”, “de”, “a menos que”, “a no ser que”, “salvo que”, “sólo si”, “solamente si”, “dado que” donde P es el antecedente y q el consecuente.

Ejemplos:

	PROPOSICIÓN	CONECTIVO CONDICIONAL	SIMBOLIZACIÓN
1	Si es joven, <i>entonces</i> es rebelde	Entonces	$P \rightarrow Q$
1	El número cuatro es par <i>puesto que</i> es divisible por dos	Puesto que	$Q \rightarrow R$
3	<i>Cuando</i> venga Raúl jugaremos ajedrez	Cuando	$R \rightarrow S$
1	Nuestra moneda se devalúa <i>solamente si</i> su valor disminuye.	Solamente si	$X \rightarrow Y$
5	Es herbívoro <i>si</i> se alimenta de plantas.	si	$Q \rightarrow P$
6	Se llama isósceles <i>siempre que</i> el triángulo tenga dos lados iguales.	Siempre que	$S \rightarrow R$

No olvidemos que todas las proposiciones categóricas unidas por conectivos lógicos, forman silogismos categóricos.

1.5. La Bicondicional ($\leftrightarrow$, $\Leftrightarrow$)

Simboliza enunciados de forma “... sí y sólo si...”, o sus expresiones equivalentes como “cuando y sólo cuando”, “si..., entonces y sólo entonces...”, “es equivalente a” etc.

Ejemplos:

	PROPOSICIÓN	CONECTIVO BICONDICIONAL	SIMBOLIZACIÓN
1	Habrà cosecha <i>cuando y sólo cuando</i> llueva	Cuando y solo cuando	$p \leftrightarrow q$
1	Es fundamentalista <i>si y sólo</i> si es talibán	Si y solo si	$r \leftrightarrow s$
3	Si apruebo el examen de admisión, entonces y sólo entonces ingresaré a la universidad.	Entonces y solo entonces	$t \leftrightarrow u$
1.	Si voy al cine entonces me divierto, si me divierto entonces no voy al cine	entonces	$r \leftrightarrow s$

Una proposición Bicondicional se caracterizan por establecer dos condicionales, pero de sentido inverso (como el ejemplo 1). Sea, la proposición Bicondicional “el triángulo es equilátero si y sólo si tiene tres lados iguales” establece dos condicionales de sentido inverso que son, “si es triángulo equilátero, entonces tiene tres lados iguales” y “si el triángulo tiene tres lados iguales, entonces es equilátero”.

De lo anterior, se observan dos condiciones pero en sentido inverso. En toda proposición Bicondicional el antecedente (triángulo equilátero) es condición necesaria y suficiente del consecuente (tiene tres lados iguales) y el consecuente es condición necesaria y suficiente del antecedente.

1.1.6. PRECEDENCIA DE LOS OPERADORES

Al ver una expresión, como por ejemplo: $A \vee B \Rightarrow C$ llama implicación (¡no una disyunción! aunque lo parezca), esto es porque debe observar el orden de los operadores y su precedencia antes de proceder a evaluar, porque el símbolo $\Rightarrow$ llamado implicación será el último en evaluarse.

Similar al algebra elemental, que tiene prioridad en las operaciones, también se tiene precedencia con los operadores lógicos. El orden a operar desde la menor precedencia a la mayor precedencia se indica como sigue.

Nivel 3	$\neg$	Mayor precedencia
Nivel 1	$\vee$ y $\wedge$	Misma prioridad
Nivel 1	$\Rightarrow$ o $\rightarrow$ $\Leftrightarrow$ o $\leftrightarrow$	Menor precedencia
Nivel 0	proposición	

Vemos que la mayor precedencia la tiene la negación $\neg$, y a falta de parentesis en la operatoria logica, se debe recordar estas sencillas reglas, por ejemplo cuando no se tienen paréntesis se podría operar equívocamente:

$$p \vee \neg q \Rightarrow r \wedge p \Leftrightarrow \neg(r \vee s) \wedge a \Rightarrow b$$

Lo anterior es equivalente a

$$((p \vee (\neg q)) \Rightarrow (r \wedge p)) \Leftrightarrow (((\neg(r \vee s)) \wedge a) \Rightarrow b)$$

La operatoria correcta cuando tenemos paréntesis es iniciar por los paréntesis más internos, esto en cada lado de la doble implicación.

1.3. SIMBOLIZACIÓN DE PROPOSICIONES

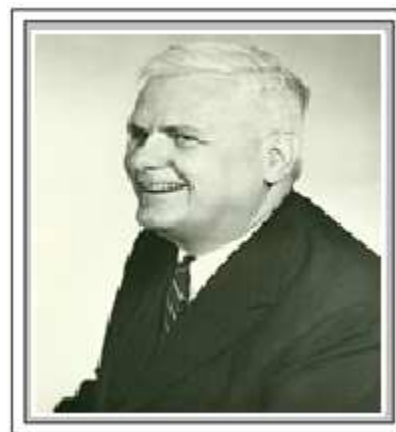
Se estudian dos tipos de lenguaje: el natural y el formalizado. El primero es utilizado en lo cotidiano, cada vez que nos comunicamos y de uso diario, formulando órdenes, expresando sentimientos, ejerciendo un mandato y otros; se puede decir que los idiomas del planeta son parte de este lenguaje. El lenguaje formalizado por su parte es utilizado en la actividad científica.

El estudio que nos atañe es el lenguaje lógico formalizado, que partiendo de *proposiciones categóricas exclamativas*, se reduce a través de letras a una proposición en un lenguaje sencillo y fácil de analizar, este lenguaje consta de dos partes: La primera una variable proposicional (proposición atómica o categórica) y la segunda operadores o conectores lógicos.

La formalización utiliza entonces letras minúsculas, p, q, r, a, b, etc., que simbolizadas y enlazadas por conectores lógicos forman moleculares más simples.

Para formalizar un silogismo es necesario reconocer:

1. Cada proposición atómica.
2. Los conectivos lógicos de enlace
3. Elegir letras minúsculas y asignarlas a cada proposición atómica.
4. Luego, formar la nueva estructura lógica proposicional.



SEMBLANZA

Alonzo Church (1903-1995),

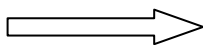
Matemático, profesor de Universidad de Princeton y la Universidad de California. Responsable de algunos de los fundamentos de la computación teórica, especialista en lógica matemática, metalógica y metamatemática, reconocido como el padre de la conversión lambda la cual permite realizar cálculos lógicos con variables generalizadas

El cálculo lambda influyó en el diseño del lenguaje de programación LISP y lenguajes de programación funcional Scale, Scheme, Ocam, Sap y otros.

Crédito de fotografía, Diccionario Webster online

Ejemplo 1.1. Vamos en bicicleta o vamos a pie. Identificamos el conectivo lógico “o”

p: Vamos en bicicleta
q: Vamos a pie



Simbolización: $p \vee q$

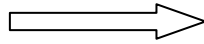
Asignamos una variable a cada proposición atómica y luego la unimos por el conectivo lógico.

Ejemplo 1.2.

No es cierto que Juan llegó temprano

Identificamos el conectivo lógico “negación”

P = Juan llegó temprano



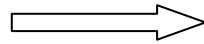
Simbolización: $\bar{P}$ o $\neg P$

Ejemplo 1.3. La medalla no es de plata y el diploma parece falso

Identificamos el conectivo lógico “y” además de “negación”

p : La medalla es de plata.

q : = diploma parece falso



Simbolización: $\bar{p} \wedge q$ o $\neg p \wedge q$

Ejemplo 1.4.

Si usted lo daña el vendrá

Si él viene entonces usted verá a su padre

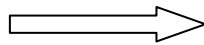
Δ Si usted construye entonces vera a su padre

Identificamos el conectivo lógico condicional, “si” en premisa 1 y “entonces” en premisa 2

p = usted construye

q = el vendrá

r = vera a su padre



$p \rightarrow q$

$q \rightarrow r$

$p \rightarrow r$

Ejemplo 1.5.

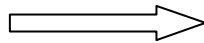
Si llueve se terminaran los problemas de sequia y no hará falta más dinero

Identificamos varios conectivos lógicos, estos son: “Si...” esta corresponde al condicional, si...entonces, también está presente el conectivo “y”

p = llueve

q = se terminara la sequia

r = hará falta más dinero



$p \rightarrow q \wedge \bar{r}$

Ejercicios de repaso

- “Si Jennifer López o Shakira van al concierto de caridad, ni Britney Spears ni Cristina Aguilera irán”
- “Ustedes pueden elegir entre morir atravesados por las flechas de mis arqueros o decir la verdad de su hechos
- Osama Bin Laden es un fundamentalista religioso y Hitler es un fundamentalista político. Luego, Hitler es un fundamentalista político.

- d) En cualquier situación no es correcto permitir la censura, puesto que violenta el principio de que a todos se le debe garantizar el derecho de expresión.
- e) Si los Lakers pierden, entonces los empacadores de Green Bay ganan. Si los empacadores de Green Bay ganan, entonces irán al súper tazón, por lo tanto si los Lakers pierden entonces los empacadores de Green Bay irán al súper tazón.

1.4. TABLA DE VERDAD DE UN PROPOSICIÓN: VALIDEZ

Ahora, analizaremos la verdad o falsedad de una proposición categórica (silogismo), y se comprobara si el argumento es válido o no es válido, de ser valido obtendremos lo que llamamos tautología. La tautología nos indica que la conclusión se deriva de sus premisas (proposiciones moleculares) y el argumento tiene consecuencia lógica o lo mismo decir validez lógica, solo recordemos que son silogismos categóricos.

Antes de desarrollar una tabla de verdad debemos saber cómo se procede a su construcción, por ejemplo, si las variables a tratar son 2, debemos formar una tabla de verdad de 2^n combinaciones, para este caso $2^2 = 4$ combinaciones entre Verdadero y Falso (es indistinto colocar primero Falso o Verdadero), si las variables a tratar son 3, debemos construir una tabla de verdad de $2^3 = 8$ combinaciones.

Ahora, para colocar las combinaciones en la tabla lógicadeberá colocar las combinaciones de falso y verdadero comenzando de esta forma: por ejemplo sin tenemos 3 variables a trabajar tenemos 2^n combinaciones o $2^3 = 8$, la primera columna deberá colocar la mitad de valores verdaderos y la otra mitad de Falsos del número total de combinaciones (si tenemos 8 combinaciones, la primera columna tendrá 4 verdaderas y 4 falsas), la segunda columna tendrá, la mitad de verdaderas y falsas dela primera columna y sucesivamente hasta llenar la última columna la cual alternara una verdadera y una falsa, para mayor compresión, analice la tabla de verdad del ejemplo siguiente y comprenderá rápidamente.

Ejemplo 1.6.

Construya la tabla de verdad de la siguiente formalización y verifique si es tautología, contradictoria o contingencia.

$$\neg(p \wedge q) \wedge [(p \vee q) \wedge q]$$

Las variables utilizadas son p y q, es decir 2, el número de combinaciones posibles para estas es 2^n , nos lleva a $2^2 = 4$ combinaciones para p y q, ahora construimos la tabla como sigue y aplicamos la tabla de verdad correspondiente a cada conectivo y resolvemos.

		(1)	(2)	(3)	(4)	
p	q	$(p \wedge q)$	$\neg(p \wedge q)$	$(p \vee q)$	$(3) \wedge q$	$(2) \wedge (4)$
V	V	V	F	V	V	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	V	F	F	F

Como se puede ver la última columna dio resultados V y F esto lleva a concluir que la formalización de este enunciado es una contingencia, no se puede llegar a comprobar la validez o falsedad con las premisas conocidas, por lo tanto se tiene invalidez.

Ejemplo 1.7

Construya la tabla de verdad de la siguiente formalización y verifique si es tautología, contradictoria o contingencia. Nuevamente se tiene dos variables p y q, por lo cual necesitamos 4 combinaciones.

$$(p \wedge q) \vee [(p \rightarrow (\neg q))]$$

		(1)		(2)	
p	q	$(p \wedge q)$	$\neg(q)$	$(p \rightarrow (\neg q))$	$(1) \vee (2)$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	F	V	V	V

La formalización del enunciado es una tautología, tiene validez por ser verdadera su tabla de verdad.

Otro ejemplo, donde la formalización y la tabla de verdad demuestran una falsedad o contradicción (llamada falacia) es la siguiente.

Ejemplo 1.8.

Construya la tabla de verdad de la siguiente formalización y verifique si es tautología, contradicción o contingencia.

Nuevamente se tiene dos variables p y q, por lo cual necesitamos 4 combinaciones

$$(p \wedge q) \wedge [(p \rightarrow (\neg q))]$$

p	q	$(p \wedge q)$	$\neg(q)$	$(p \rightarrow (\neg q))$	$(p \wedge q) \wedge [(p \rightarrow (\neg q))]$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F
F	V	F	F	V	F
F	F	F	V	V	F

La única variación para que sea una negación fue el operador de enlace “o” por el “y”, con esto se ve que la formalización lógica del argumento es una contradicción, dejó de ser tautología.

Ejercicios de repaso

Construya la tabla de verdad de las siguientes expresiones lógicas e indique si son tautología, contingencia o contradictoria.

- a) $(p \vee q) \rightarrow [p \vee q]$
- b) $\neg(p \wedge q) \vee \neg(q \leftrightarrow p)$
- c) $\neg(p \vee q) \vee [\neg q \vee r]$

4.3. SIMBOLIZACIÓN DE PROPOSICIONES

Se estudian dos tipos de lenguaje: el natural y el formalizado. El primero es utilizado en lo cotidiano, cada vez que nos comunicamos y de uso diario, formulando órdenes, expresando sentimientos, ejerciendo un mandato y otros; se puede decir que los idiomas del planeta son parte de este lenguaje. El lenguaje formalizado por su parte es utilizado en la actividad científica.

El estudio que nos atañe es el lenguaje lógico formalizado, que partiendo de *proposiciones categóricas exclamativas*, se reduce a través de letras a una proposición en un lenguaje sencillo y fácil de analizar, este lenguaje consta de dos partes: La primera una variable proposicional (proposición atómica o categórica) y la segunda operadores o conectores lógicos.

La formalización utiliza entonces letras minúsculas, p, q, r, a, b, etc., que simbolizadas y enlazadas por conectores lógicos forman moleculares más simples.

Para formalizar un silogismo es necesario reconocer:

1. Cada proposición atómica.
2. Los conectivos lógicos de enlace
3. Elegir letras minúsculas y asignarlas a cada proposición atómica.
4. Luego, formar la nueva estructura lógica proposicional.

Ejemplo 4.18. Vamos en bicicleta o vamos a pie. Identificamos el conector lógico “o”

p: Vamos en bicicleta  Simbolización: $p \vee q$
q: Vamos a pie

Asignamos una variable a cada proposición atómica y luego la unimos por el conector lógico.

Ejemplo 4.19.

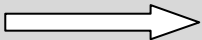
No es cierto que Juan llegó temprano

Identificamos el conector lógico “negación”

P = Juan llegó temprano  Simbolización: $\bar{P}$ o $\neg P$

Ejemplo 4.20. La medalla no es de plata y el diploma parece falso

Identificamos el conector lógico “y” además de “negación”

p: La medalla es de plata.  Simbolización: $\bar{p} \wedge q$ o $\neg p \wedge q$
q: = diploma parece falso

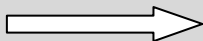
Ejemplo 4.21.

Si usted lo daña el vendrá
Si él viene entonces usted verá a su padre

Δ Si usted construye entonces vera a su padre

Identificamos el conectivo lógico condicional, “si” en premisa 1 y “entonces” en premisa 2

p = usted construye
q = el vendrá
r = vera a su padre

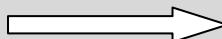

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow r \end{array}$$

Ejemplo 4.23.

Solo si distingues bien las diferentes lógicas o te dice su lugar histórico de procedencia sabrás si es proposicional o cuantificadora.

Identificamos el conectivo lógico “solo si”, el “o disyuntivo” y “si” del condicional si...entonces

r = distingues bien las diferentes lógicas
s = dice su lugar histórico de procedencia
p = sabrás si es proposicional
q = sabaras si es cuantificadora.


$$r \vee s \rightarrow p \vee q$$

Teniendo en mente que queremos presentar los sistemas deductivos de la lógica como *una herramienta práctica para los informáticos*, vamos a introducirnos en el estudio de la lógica comenzando por la más simple, la lógica de proposiciones, que corresponde a la lógica que simboliza y describe razonamientos basados en enunciados declarativos y la validación de sus argumentos.

Ahora bien, no siempre las inferencias (razonamiento, deducción, argumentación o argumento) estarán ordenadas como las anteriores, puede resultar que estén desordenadas y se debe seguir un nuevo proceso y ordenarlas lógicamente, es frecuente observar que una forma lógica se presente alterada y en orden inverso, es decir, conclusión y luego premisas.

Para identificar las premisas y la conclusión de una inferencia que no tienen orden, conviene tener en cuenta estas sencillas indicaciones:

Preceden a una premisa:

“ya que”, “puesto que”, “pues”, “porque”, “siempre que”, etc., es decir los conectivos lógicos vistos antes.

Preceden a la conclusión las partículas: “por tanto”, “por consiguiente”, “en consecuencia”, “en conclusión”, “de manera que” o directamente interpretada, así se construye la condicional de la expresión completa.

Ejemplo 4.25

Lenguaje natural:

De manera que habrá un número elevado de víctimas si hay un fuerte terremoto, **ya que** si hay un fuerte terremoto, se derrumbarán los edificios de la población, y habrá un número elevado de víctimas si se derrumban los edificios de la población más cercanas.

Forma lógica:

Si hay un fuerte terremoto, entonces se derrumbarán los edificios de la población.
Y si se derrumban los edificios de la población, entonces habrá un número elevado de víctimas.
 Luego, si hay un fuerte terremoto, entonces habrá un número elevado de víctimas.

Lenguaje natural en su forma simbólica

$p \rightarrow q$	Formando la condicional
$q \rightarrow r$	
$\Delta p \rightarrow r$	$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

Nota: No siempre aparecerán ordenadamente los conectivos tal y como los hemos estudiado, pueden estar entre la frase, y deberá observar cada premisa para identificar cada conectivo. Según las formas equivalentes del lenguaje natural para los operadores lógicos y la conclusion

Ejemplo 4.30.

Si usted lo destruye entonces el vendrá
 Si él viene entonces usted verá a su padre
 Δ Si usted construye entonces vera a su padre

Paso 1: Simbolizamos y reducimos el silogismo

$p =$ usted lo destruye	$\longrightarrow$	$p \rightarrow q$
$q =$ el vendrá		$q \rightarrow r$
$r =$ vera a su padre		$\Delta p \rightarrow r$

Paso 2: se construye la forma enunciativa

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

Paso 3: se construye la tabla de verdad con 3 variables o 2^n combinaciones, este caso 8 combinaciones.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Se puede ver, que hay consecuencia lógica hay tautología y el argumento tiene validez.

Ejemplo 4.31.

Si una persona lee la prensa libre, entonces está bien informada
 Esta persona está bien informada

Por lo tanto, esta persona lee prensa libre

Paso 1: Simbolizamos

p = lee el periódico
 q = está bien informado



$$\frac{p \rightarrow q}{q} \Delta q$$

Paso 2: se construye la forma enunciativa

$$((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow q$$

Paso 3: se construye la tabla de verdad con 2 variables o 2^n combinaciones, este caso 4 combinaciones.

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$	$((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

Y este argumento es inválido, no es consecuencia lógica, las premisas no derivan la conclusión, en otras palabras puede ser que esta persona no lea prensa libre e igual este bien informado por otro medio, y estemos designando una creencia equivocada. Este argumento no valido se le llama *falacia lógica*. Si reemplazamos $p \rightarrow q$ por $q \rightarrow p$ el argumento seria valido, de esto podemos decir que la validez logica (proposicional) solo analiza la forma del enunciado y no el contenido de estos.

Ejemplo 4.32.

Si el niño ríe, entonces no llora. Solo si llora, el niño no juega. Canta si y solo si juega. Pero el niño ríe. ¿Canta el niño?

Paso 1 Inicialmente ordenamos el silogismo y simbolizamos

Si el niño ríe, entonces no llora	p = Si el niño ríe
Solo si llora, el niño no juega	q = el niño llora
Canta si y solo si juega	r = el niño juega
Pero el niño ríe	s = el niño canta

Δ Canta el niño

Paso 2 Se procede a reducir el silogismo

$$\begin{array}{l} p \rightarrow \neg q \\ \neg r \rightarrow q \\ s \leftrightarrow r \\ p \end{array}$$

Δs

Paso 3 Se construye la forma enunciativa

$$[(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg r \rightarrow q) \wedge (s \leftrightarrow r) \wedge p] \rightarrow s$$

Paso 4 Se construye la tabla de verdad y tenemos 4 variables o 2^n combinaciones, este caso 16 combinaciones.

						(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	
p	q	r	s	$\neg q$	$\neg r$	$p \rightarrow \neg q$	$\neg r \rightarrow q$	$s \leftrightarrow r$	(1) $\wedge$ (2)	(4) $\wedge$ (3)	(5) $\wedge$ p	(6) $\rightarrow$ s
V	V	V	V	F	F	F	V	V	F	F	F	V
V	V	V	F	F	F	F	V	F	F	F	F	V
V	V	F	V	F	V	F	V	F	F	F	F	V
V	V	F	F	F	V	F	V	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	V	V	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F	F	V
V	F	F	F	V	V	V	F	V	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	V	V	V	V	V	F	V
F	V	V	F	F	F	V	V	F	V	F	F	V
F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	F	F	V
F	V	F	F	F	V	V	V	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	F	V	V	V	V	V	F	V
F	F	V	F	V	F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	F	F	F	F	F	V
F	F	F	F	V	V	V	F	V	F	F	F	V

Tenemos tautología, el silogismo sobre el niño es correcto, por otra parte, vea que entre más variables la tabla de verdad es más grande, algo tedioso y tardado, mas adelante estudiaremos formas más sencillas para comprobar la validez utilizando equivalencias lógicas, reglas de reemplazo, inferencia lógica o el método de INVALIDEZ lógica.

Nota: Finalmente, se hace saber que los valores de Verdadero (V) y Falso (F) se puede sustituir por los valores 1 = Verdadero y 0 = Falso. En un capítulo posterior será aplicado a la lógica de los circuitos booleanos, base en el diseño de las computadoras actuales y la totalidad de equipos electrónicos que ahora conocemos, el lector hipotético de este documento ya habrá pensado en uno.